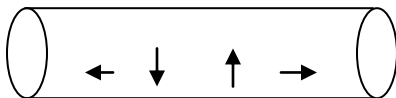


فصل سوم : جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم

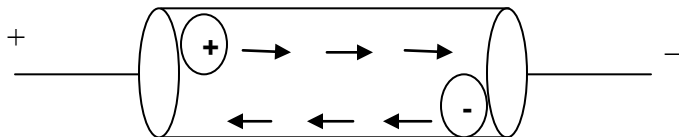
مقدمه : چنانچه می دانیم در یک قطعه ی رسانا بار های الکتریکی به صورت کاملاً تصادفی (حرکت بی نظم و اتفاقی) در دریای الکترونی (الکترون آزاد) در حرکت اند و هیچ جریان خالصی وجود ندارد ولی وقتی به دو سر رسانا اختلاف پتانسیل اعمال می کنیم الکترون های آزاد به سمت قطب مثبت شروع به حرکت می کنند بنابراین تشکیل جریان الکتریکی می دهند .

الف) در غیاب اختلاف پتانسیل



$$I = 0$$

ب) حضور و اعمال اختلاف پتانسیل



$$I \neq 0$$

تعریف جریان الکتریکی : نسبت باری که در واحد زمان از یک قسمت از مدار عبور می کند جریان الکتریکی نامیده می شود

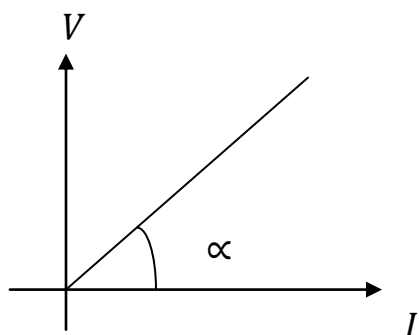
$$I = \frac{q}{t} = \frac{\Delta q}{\Delta t} = \frac{dq}{dt}$$

قانون اهم : نسبت اختلاف پتانسیل به شدت جریان که از یک مقاومت (رسانا) می گذرد همواره مقدار ثابتی است ، که این مقدار ثابت مقاومت الکتریکی نامیده می شود

$$\frac{V}{I} = R \text{ مقدار ثابت}$$

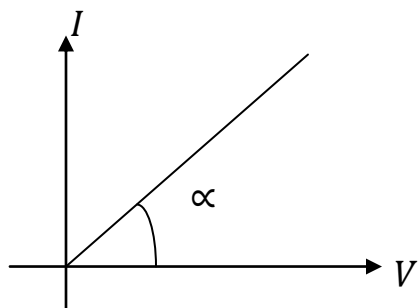
$$V = IR$$

نکته : چنانچه مشاهده می کنید رابطه ای که برای قانون اهم نوشته ایم یک رابطه ی خطی (معادله درجه اول) می باشد بنابراین نمودار آن یک خط راست است



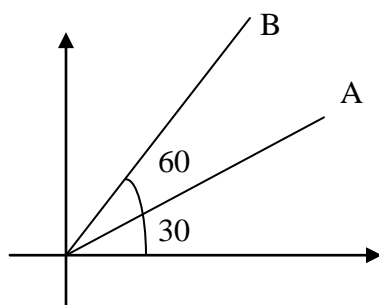
$$\tan \alpha = R$$

نکته کنکوری : گاهی اوقات نمودار قانون اهم را به شکل زیر نیز رسم می کنیم



$$\tan \alpha = \frac{1}{R}$$

مثال : نمودار قانون اهم برای دو رسانای A و B به شکل زیر رسم شده است نسبت $\frac{R_A}{R_B}$ را بدست آورید



$$\frac{RA}{RB} = \frac{\frac{1}{\tan 30}}{\frac{1}{\tan 60}} = \frac{\tan 60}{\tan 30} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{3}}{\frac{1}{\sqrt{3}}} = 3$$

تعریف مقاومت الکتریکی : مقاومتی است که در داخل یک رسانا در مقابل عبور جریان به وجود می آید آن را با حرف R نشان می دهیم و واحدش اهم است و علامت آن Ω است

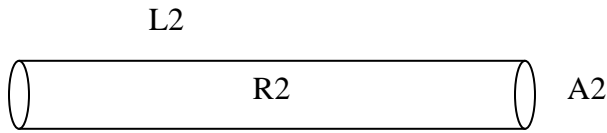
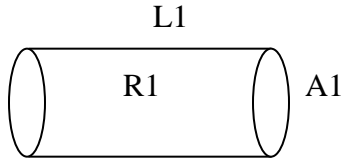
عوامل موثر بر مقاومت الکتریکی یک رسانا :

- (1) مقاومت الکتریکی هر رسانا با طول رسانا ارتباط مستقیم دارد (L)
- (2) مقاومت رسانا با سطح مقطع نسبت عکس دارد (A)
- (3) مقاومت هر رسانا به جنس آن رسانا بستگی دارد (جنس)

$$R = \rho \frac{L}{A}$$

تعریف مقاومت ویژه ی جنس رسانا : مقاومت هر قطعه ی رسانا با طول یک متر و سطح مقطع یک متر مربع را مقاومت ویژه ی آن رسانا می نامیم و آن را با ρ نشان می دهیم و واحد آن (اهم متر) است

مثال : یک سیم مسی داریم به طول L و سطح مقطع A به طوری که آن را گرم کرده و با دستگاه (حدیده) می کشیم به طوری که طولش پنج برابر (و سطح مقطع آن $\frac{1}{5}$) می شود مقاومت سیم جدید چند برابر سیم اولیه است ؟



$$R = \rho \frac{L}{A}$$

$$\frac{R1}{R2} = \frac{\rho1}{\rho2} \times \frac{L1}{L2} \times \frac{A2}{A1} \rightarrow \frac{R1}{R2} = \frac{L1}{5L1} \times \frac{1}{5} = \frac{1}{25}$$

$$R2 = 25R1$$

اثر دما بر روی مقاومت الکتریکی : با افزایش دما مقاومت الکتریکی اجسام نیز افزایش می یابد به

طوری که اگر دمای یک رسانا θ_1 و مقاومت آن $R1$ باشد در دمای θ_2 مقاومت از رابطه ی زیر حساب

$$R2 = R1(1 + \alpha \Delta\theta)$$

می شود

α : ضریب تغییر مقاومت

مثال : مقاومت یک سیم مسی در دمای 20 درجه برابر 100 اهم است مقاومت این سیم در دمای 120

درجه چقدر است ؟

$$\left(\alpha = \frac{4}{1000}\right)$$

$$R2 = 100 \left(1 + \frac{4}{1000} \times 100\right) \rightarrow R2 = 100 \left(1 + \frac{400}{1000}\right) \rightarrow R2 = 100 \times 1.4 \rightarrow R2 = 140\Omega$$

مثال : وقتی دمای رسانایی را از 120 به 20 درجه سلسیوس می رسانیم مقاومت الکتریکی آن رسانا 10

درصد کاهش می یابد ضریب تغییر مقاومت با دما را برای این رسانا حساب کنید ؟

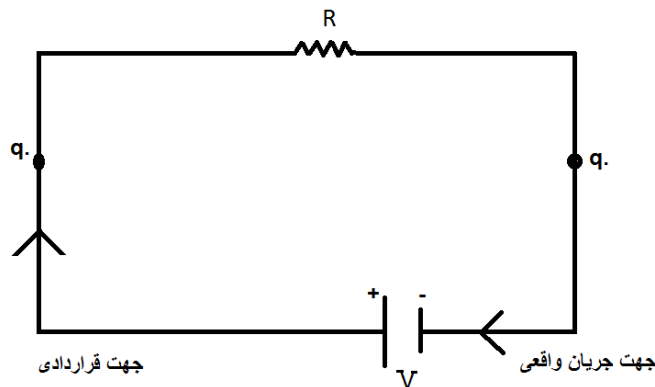
$$R_2 = R_1(1 + \alpha \Delta\theta) \rightarrow \frac{90}{100} R_1 = R_1(1 + \alpha(-100)) \rightarrow \frac{9}{10} = 1 + (-100\alpha) \rightarrow \frac{9}{10} - 1 = -100\alpha \rightarrow -\frac{1}{10} = -100\alpha \rightarrow 1 = 1000\alpha \rightarrow \alpha = \frac{1}{1000} = 10^{-3} \frac{1}{^\circ\text{C}}$$

مثال: مقاومت قطعه ای در دمای صفر درجه ی سلسیوس 0/8 مقاومت آن در دمای 100 درجه سلسوس است ضریب تغییر مقاومت با دما را برای این قطعه حساب کنید

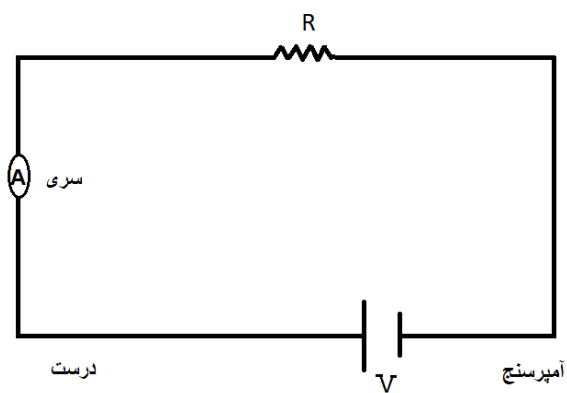
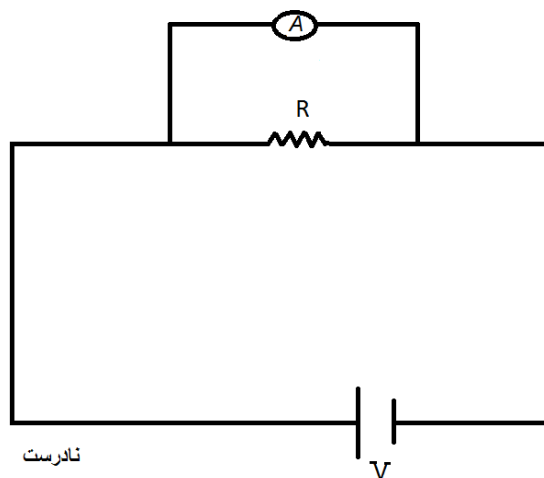
$$R_2 = \frac{8}{10} R_1(1 + \alpha \Delta\theta) \rightarrow 1 = \frac{8}{10} (1 + \alpha \times 100) \rightarrow 1 = \frac{8}{10} + 80\alpha \rightarrow 1 - \frac{8}{10} = 80\alpha \rightarrow \frac{2}{10} = 80\alpha \rightarrow 2 = 800\alpha \rightarrow \alpha = \frac{2}{800} = \frac{1}{400} \rightarrow \alpha = 0/25 \times 10^{-2} = 2/5 \times 10^{-3}$$

نکته: جهت واقعی و جهت قراردادی جریان الکتریکی

هر چند جهت واقعی جریان جهت حرکت الکترون هاست که از قطب منفی آغاز می شود و وارد مدار می شود ولی به طور قراردادی ما جهت جریان را از قطب مثبت باطری آغاز می کنیم

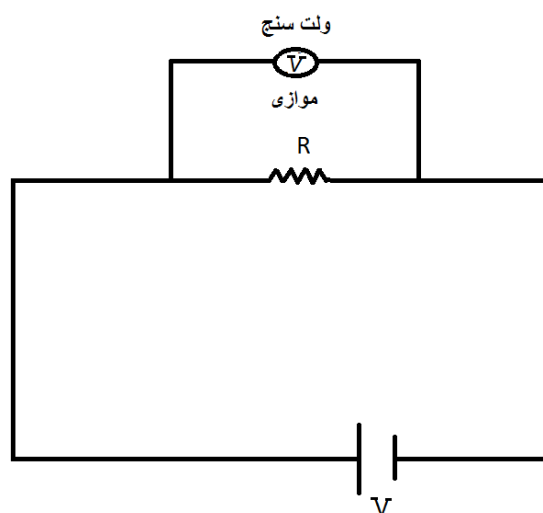


دستگاه آمپرسنج : این دستگاه ها برای سنجش جریان الکتریکی به کار می روند بنابراین مقاومت درونی آمپرسنج ناچیز است و باید در مدار به طور سری (متوالی) بسته شود
اگر آمپرسنجی را اشتباهاً در مداری موازی ببندیم حالت اتصال کوتاه رخ می دهد که اولاً مقاومت از مدار خارج می شود ثانیاً آمپرسنج می سوزد



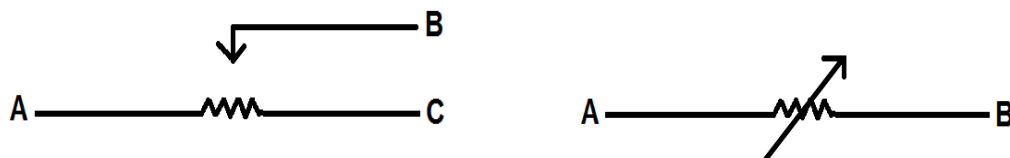
دستگاه ولت سنج : این دستگاه برای سنجش ولتاژ دو سر یک قطعه به کار می رود

ولت سنج ها را از سیم های پر مقاومت می سازند و آن را در مدار موازی می بندند

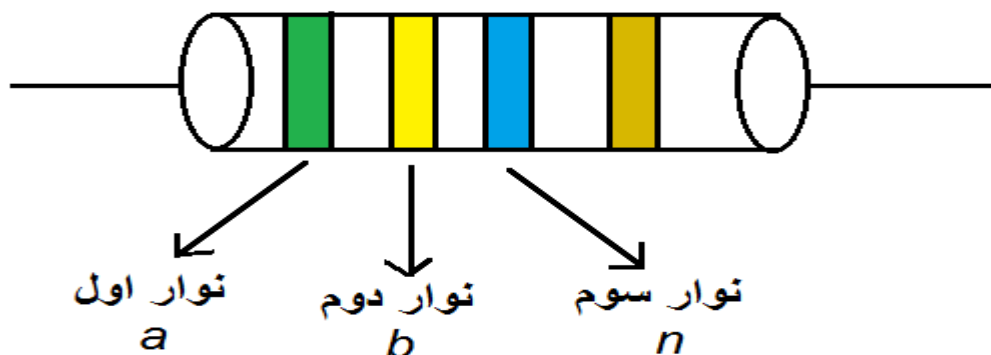


نکته : در سال های اخیر سه دستگاه آمپرسنج و ولت سنج و اهم سنج را در یک دستگاه جا کرده اند که به آن (V-A-O) متر گویند

رئوستا (مقاومت متغیر) : وسیله ی ساده ای است که برای کنترل جریان الکتریکی به کار می رود



مقاومت های با کد رنگی (مقاومت های کربنی) : این نوع مقاومت ها را با کمر بند هایی با رنگ های مختلف می سازند به طوری که چهار نوار رنگی روی آن وجود دارد نوار چهارم فقط در دو رنگ طلایی و نقره ای (پنج درصد و ده درصد) ساخته می شود که نشان دهنده ی درصد خطا است و بستگی به مرغوبیت مواد اولیه و کارخانه سازنده دارد



$$R = ab \times 10^n$$

$$R = 54 \times 10^6 \Omega$$

مروری بر فرمول های سال اول دبیرستان :

$$I = \frac{q}{t} \rightarrow q = It$$

$$V = IR \rightarrow I = \frac{V}{R}$$

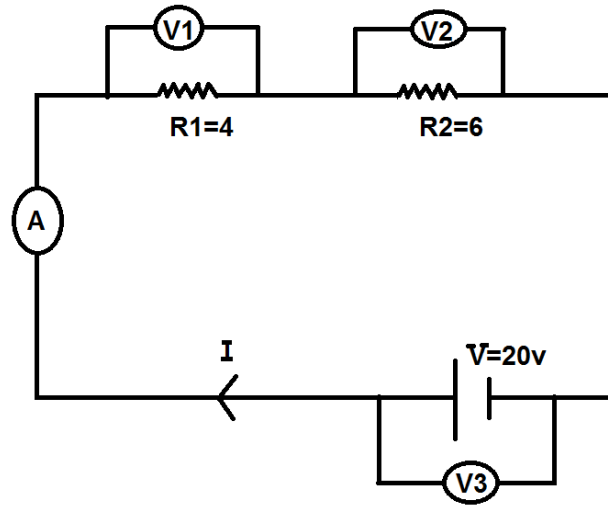
$$W = I^2 R t = I \cdot I \cdot R \cdot t = I \cdot V \cdot t = Vq$$

$$W = V \cdot q \rightarrow V = \frac{W}{q}$$

$$P = \frac{W}{t} = I^2 R = IV$$

$$W = P \cdot t$$

مثال : در مدار شکل مقابل مطلوب است



الف) آمپرسنج چه عددی را نشان می دهد؟

$$V = IR \rightarrow 20 = I(4 + 6) \rightarrow I = 2A$$

ب) عددی که هر یک از ولت سنج ها نشان می دهد چقدر است؟

$$V_1 = IR_1 = 2 \times 4 = 8v$$

$$V_2 = IR_2 = 2 \times 6 = 12v$$

$$V_3 = IR_{\text{کل}} = 2 \times 10 = 20v$$

پ) در هر دقیقه در هر یک از مقاومت ها چند ژول انرژی الکتریکی مصرف می شود؟

$$W_1 = I^2 R_1 t = 2^2 \times 4 \times 60 = 960 \text{ J}$$

$$W_2 = I^2 R_2 t = 2^2 \times 6 \times 60 = 1440 \text{ J}$$

ت) توان الکتریکی هر یک از مقاومت ها چقدر است؟

$$P_1 = I^2 R_1 = IV_1 = 16 \text{ w}$$

$$P_2 = I^2 R_2 = IV_2 = 24 \text{ w}$$

تعریف مقاومت درونی (داخلی) : مقاومتی است که در داخل یک باطری در مقابل عبور جریان به وجود می آید و ما آن را با حرف (r) نشان می دهیم

تعریف نیروی محرکه ی یک باطری : بیشترین اختلاف پتانسیلی که یک باطری می تواند در مدار ایجاد کند را نیروی محرکه می گوئیم و آن را با حرف (E) نشان می دهیم و واحد آن ولت است

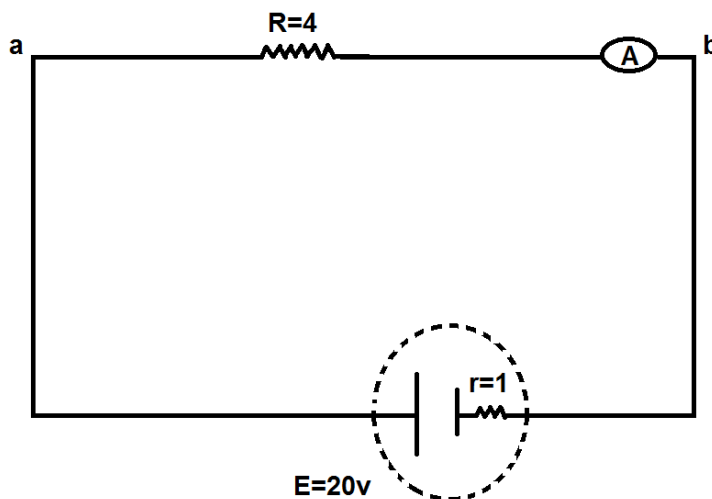
نکته : در عمل همه ی نیروی محرکه به مدار اعمال نمی شود بلکه مقداری از آن در داخل باطری تلف می شود که به آن افت پتانسیل گویند و از رابطه ی زیر حساب می شود

قانون اهم برای دو سر مقاومت $V = IR$

افت پتانسیل $E = I(R + r) \rightarrow E = IR + Ir \rightarrow E - V = Ir$

$$I = \frac{E}{R + r}$$

مثال : در مدار شکل مقابل مطلوب است



الف) جریانی که از این مدار می‌گذرد چقدر است؟

$$E = I(R + r) \rightarrow 20 = I(4 + 1) \rightarrow I = 4 A$$

ب) اختلاف پتانسیل دو نقطه a و b چقدر است؟

$$V_{ab} = IR = 4 \times 4 = 16 v$$

پ) اختلاف پتانسیل دو سر باطری چقدر است؟

$$E - V = Ir \rightarrow 20 - V = 4 \times 1 \rightarrow 20 - 4 = V \rightarrow V = 16 v$$

ت) افت پتانسیل این باطری چقدر است؟

$$E - V = 20 - 16 = 4 v$$

$$Ir = 4 \times 1 = 4 v$$

ث) توان کل و توان مفید این باطری را حساب کنید؟

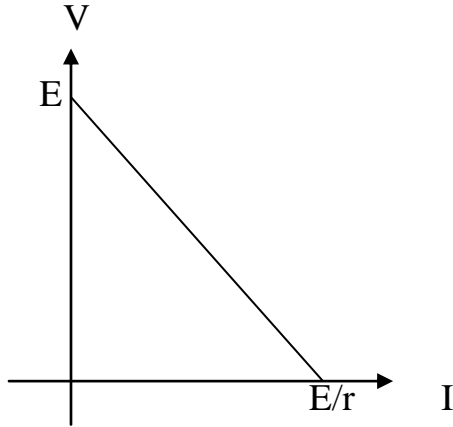
$$P = IV \rightarrow P = I(E - Ir) \rightarrow P_{\text{توان مفید}} = IE_{\text{توان کل}} - I^2 r_{\text{توان تلف شده در داخل باطری}}$$

فرمول بازده یا راندمان:

$$Ra = \frac{V}{E} \times 100$$

مثال : نمودار اختلاف پتانسیل به شدت جریان را برای دو سر یک باطری (E و r) رسم کنید

شیب منفی خط راست $y = b - ax \rightarrow$ شبیه به $V = E - Ir \rightarrow E - Ir = V \rightarrow E - V = Ir$



تحلیل مدارهای تک حلقه ای : برای حل کلیه ی مدارهای تک حلقه ای به روش زیر عمل می کنیم

(1) ابتدا یک نقطه ی کاملا دلخواه را روی مدار مشخص می کنیم و نام آن را A می گذاریم

(2) یک مسیر بسته روی مدار به طور دلخواه تعیین می کنیم

(3) اگر در جهت جریان حرکت کردیم و از مقاومت r یا R عبور کردیم $-Ir$ یا $-IR$ یا $V_A - IR$

ولی اگر در خلاف جریان حرکت کنیم $+Ir$ یا $+IR$

(4) اگر ضمن عبور از باطری از قطب کوچک به قطب بزرگ برویم $+E$ می نویسیم ولی اگر از

قطب بزرگ به قطب کوچک بیاییم $-E$ می نویسیم

(5) وقتی به سر جای اول خود رسیدیم همه ی جملات را مساوی V_A قرار می دهیم

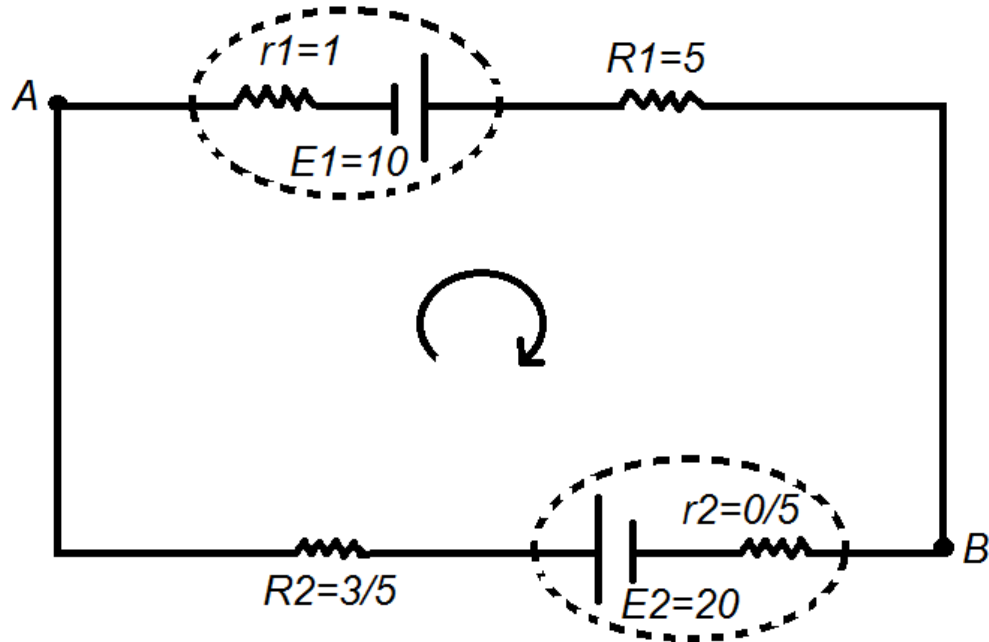
(6) تمام داده های مسئله را در این عبارت جبری قرار می دهیم مجهول ها خود به خود پیدا می شود

(7) اگر در این عبارت جبری تعداد مجهول ها بیش از یکی باشد (معمولاً در دو حلقه ای چنین است)

یک مسیر بسته ی دیگر طی می کنیم و یک عبارت جبری دیگر درست می شود حالا بین این دو معادله

از روش حل دستگاه دو معادله ی دو مجهولی کمک می گیریم

مثال : در مدار شکل زیر مطلوب است :



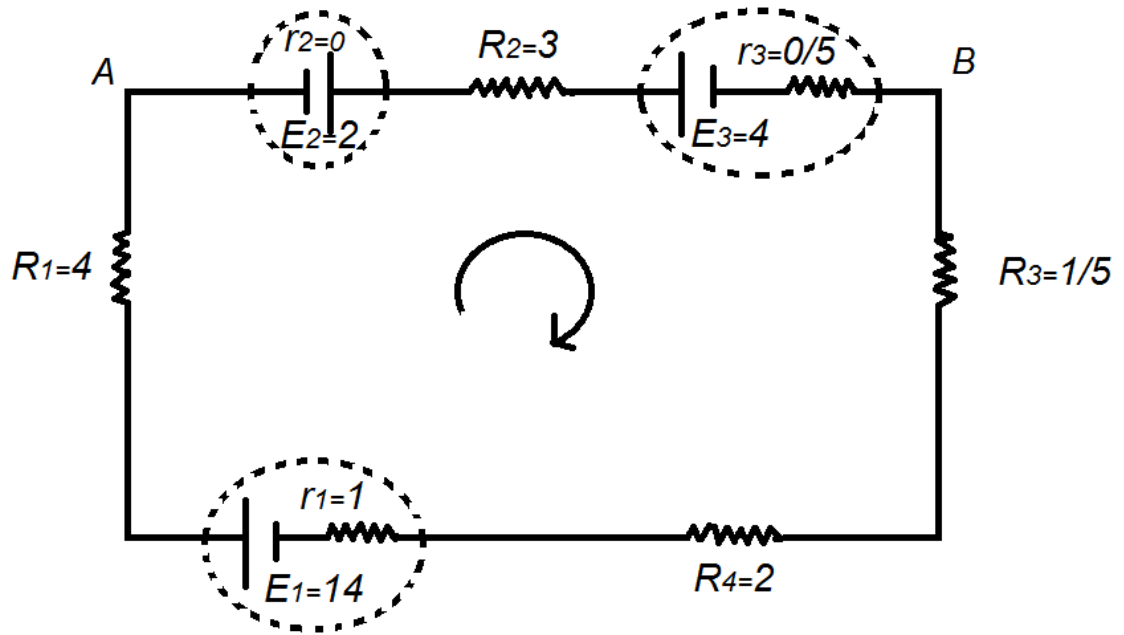
شدت جریان را حساب کنید ؟

$$V_A - Ir_1 + E_1 - IR_1 - Ir_2 + E_2 - IR_2 = V_A$$

$$-I \times 1 + 10 - I \times 5 - I \times 0/5 + 20 - I \times 3/5 = 0$$

$$-10I + 30 = 0 \rightarrow 10I = 30 \rightarrow I = 3_A$$

مثال : در مدار شکل مقابل مطلوب است :



الف) شدت جریان اصلی مدار را حساب کنید ؟

$$V_A + E_2 - IR_2 - E_3 - Ir_3 - IR_3 - IR_4 - Ir_1 + E_1 - IR_1 = V_A$$

$$2 - (I \times 3) - 4 - (I \times 0/5) - (I \times 1/5) - (I \times 2) - (I \times 1) + 14 - (I \times 4)$$

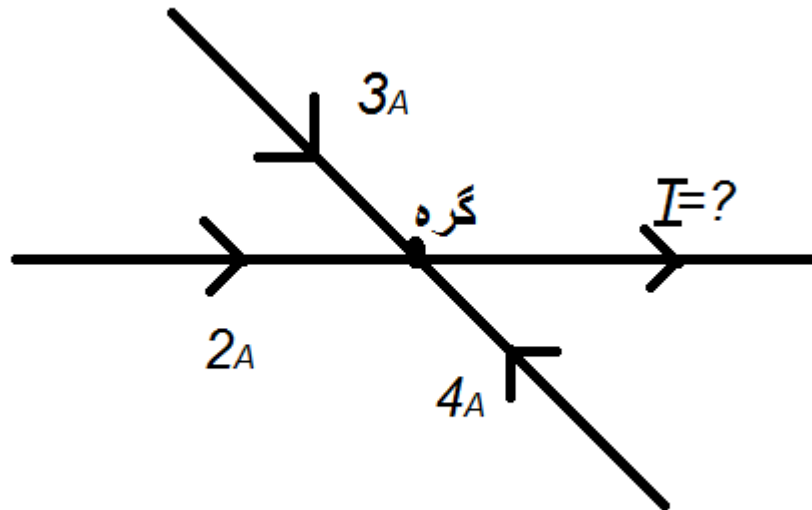
$$12 - 12I = 0 \rightarrow 12 = 12I \rightarrow I = 1_A$$

ب) اختلاف پتانسیل دو نقطه ی A و B را محاسبه کنید ؟

$$V_A + E_2 - IR_2 - E_3 - Ir_3 = V_B \rightarrow V_A - V_B = -2 + 3I + 4 + 0/5 I$$

$$V_A - V_B = 3/5 I + 2 \rightarrow V_A - V_B = 5/5 V$$

تست کنکور : با توجه به شکل زیر اندازه I را حساب کنید



$$\text{جمع جریان ورودی} = \text{جمع جریان خروجی} \rightarrow I = 2 + 4 + 3 \rightarrow I = 9A$$

قوانین کیرشهف (در مدارهای انشعابی) :

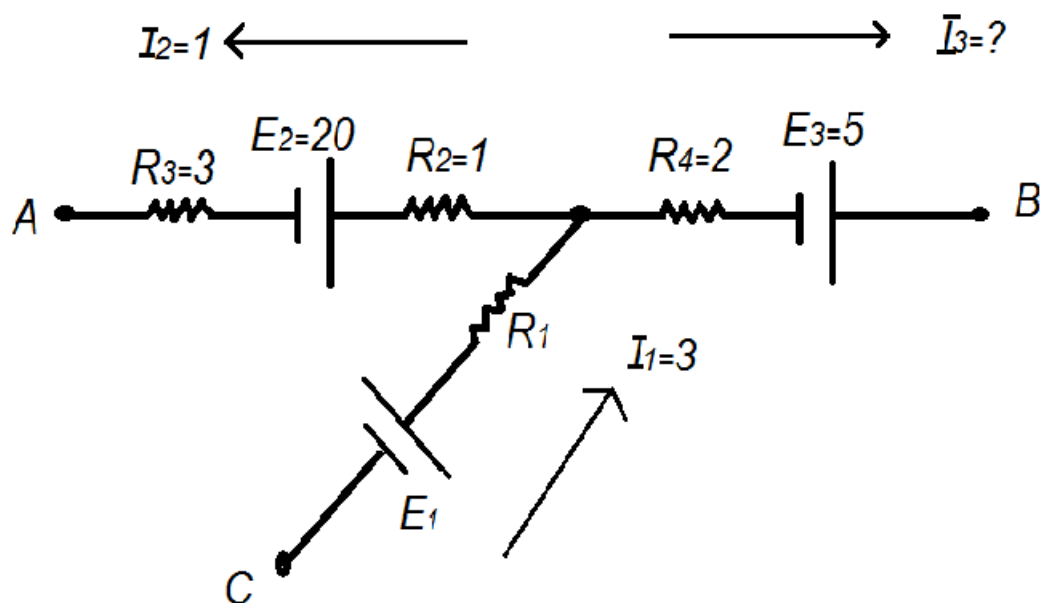
1 (قانون شدت جریان ها : جمع جریان های ورودی به هر گره با جمع جریان های خروجی
ار آن برابر است

$$\sum I = 0$$

2 (قانون پتانسیل ها : جمع جبری اختلاف پتانسیل ها در یک مدار بسته صفر است

$$\sum V = 0$$

مثال: قسمتی از مدار مطابق شکل مقابل مفروض است اختلاف پتانسیل دو نقطه A و B چقدر است؟

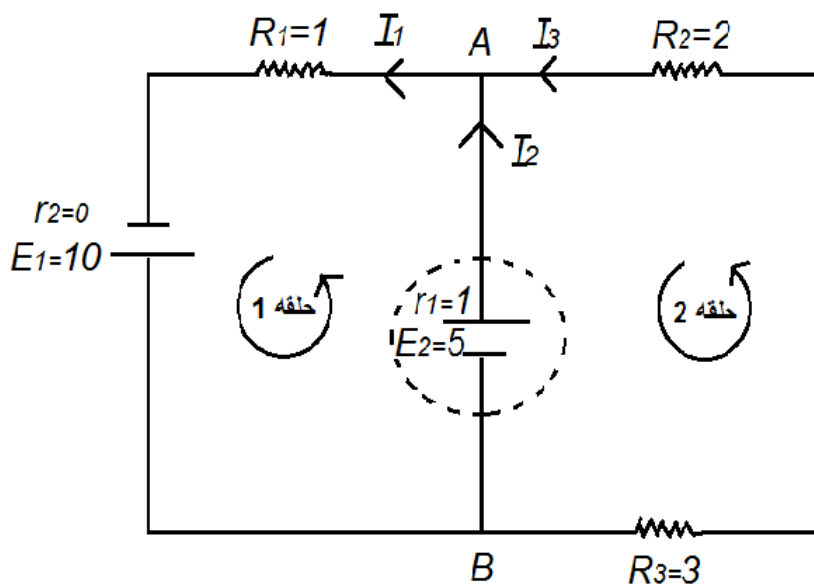


$$\sum I = 0 \rightarrow I_1 = I_2 + I_3 \rightarrow 3 = 1 + I_3 \rightarrow I_3 = 2A$$

$$V_A + (1 \times 3) + 20 + (1 \times 1) - (2 \times 2) + 5 = V_B \rightarrow V_A + 25 = V_B$$

$$V_A - V_B = -25V \quad \text{یا} \quad V_B - V_A = 25V$$

مثال : در مدار شکل مقابل مطلوب است



الف) شدت جریان در هر شاخه را حساب کنید ؟

$$\begin{aligned} \text{حلقه 1 : } V_A - I_1 R_1 + E_1 + E_2 - I_2 r_1 &= V_A \rightarrow -I_1 + 15 - I_2 = 0 \\ &\rightarrow I_1 + I_2 = 15 \end{aligned}$$

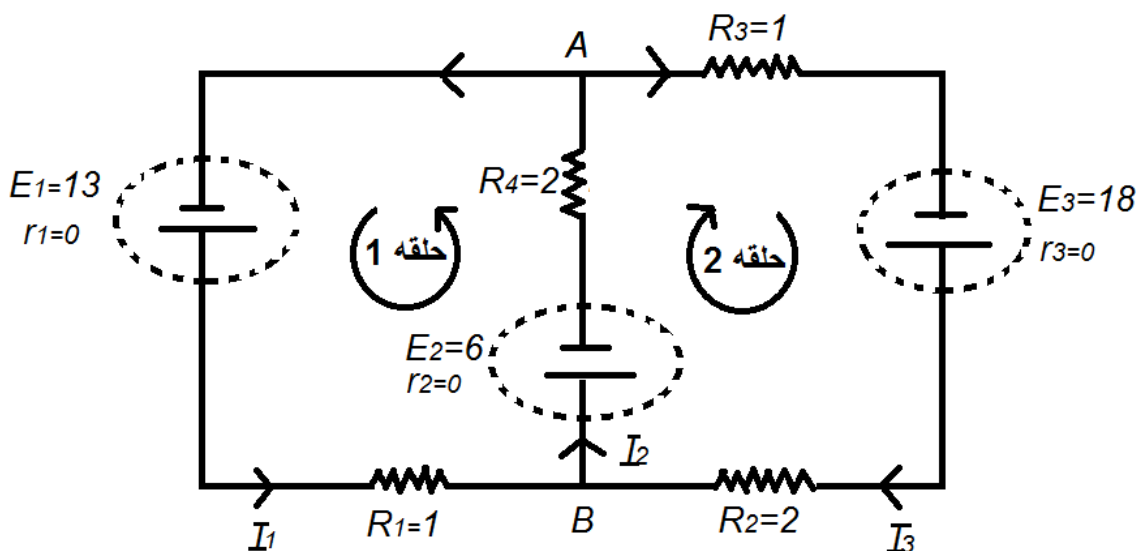
$$\begin{aligned} \text{حلقه 2 : } V_A + I_2 r_1 - E_2 - I_3 R_3 - I_3 R_2 &= V_A \\ \rightarrow I_2 - 5 - 3I_3 - 2I_3 = 0 &\rightarrow I_2 - 5I_3 = 5 \end{aligned}$$

با توجه به قانون کیرشهف داریم $I_1 = I_2 + I_3$

$$\begin{cases} I_1 + I_2 = 15 \\ I_2 - 5I_3 = 5 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} (I_2 + I_3) + I_2 = 15 \\ I_2 - 5I_3 = 5 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 2I_2 + I_3 = 15 \\ I_2 - 5I_3 = 5 \end{cases}$$

$$\rightarrow 11I_3 = 5 \rightarrow I_3 = \frac{5}{11} \text{ و } I_2 = \frac{80}{11} \text{ و } I_1 = \frac{85}{11}$$

مثال : در مدار شکل مقابل مطلوب است



الف) شدت جریان هر شاخه را حساب کنید ؟

$$\text{حلقه 1 : } V_A + E_1 - I_1 R_1 - E_2 - I_2 R_4 = V_A$$

$$13 - (I_1 \times 1) - 6 - (I_2 \times 2) = 0 \rightarrow 7 - I_1 - 2I_2 = 0$$

$$-I_1 - 2I_2 = -7 \rightarrow I_1 + 2I_2 = 7$$

$$\text{حلقه 2 : } V_A - I_3 R_3 + E_3 - I_3 R_2 - E_2 - I_2 R_4 = V_A$$

$$-(I_3 \times 1) + 18 - (I_3 \times 2) - 6 - (I_2 \times 2) = 0$$

$$-I_3 + 12 - 2I_3 - 2I_2 = 0 \rightarrow -3I_3 - 2I_2 = -12$$

$$\rightarrow 3I_3 + 2I_2 = 12$$

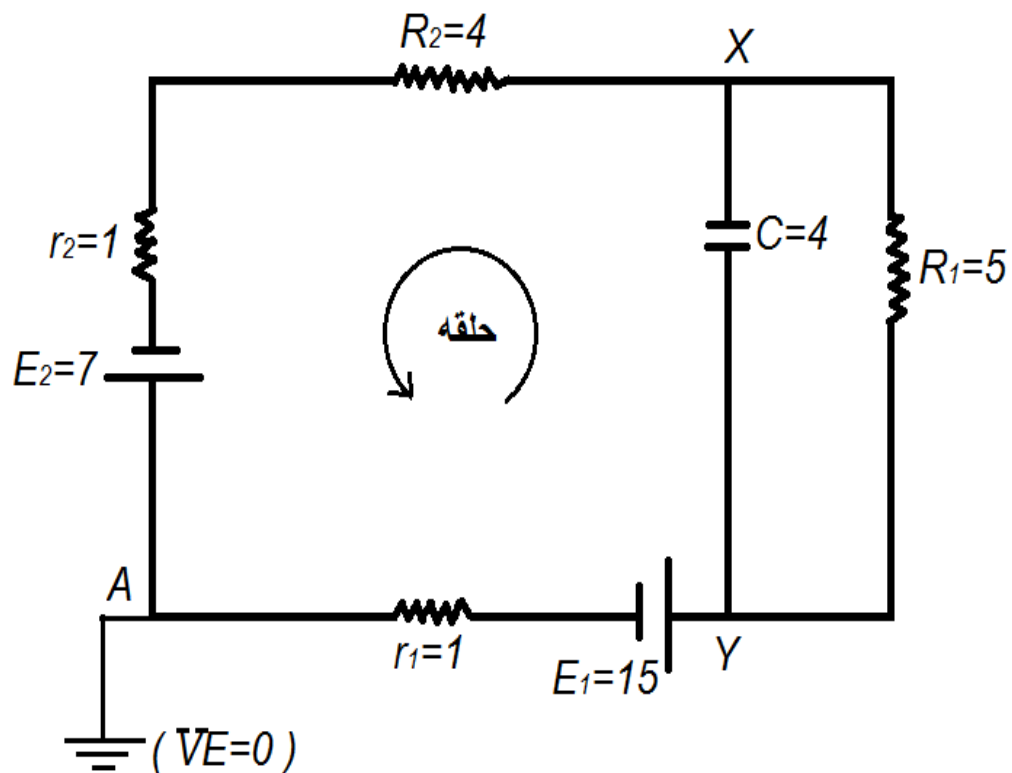
با توجه به قانون شدت جریان ها داریم : $I_2 = I_1 + I_3$

$$\begin{cases} I_1 + 2I_2 = 7 \\ 3I_3 + 2I_2 = 12 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} I_1 + 2(I_1 + I_3) = 7 \\ 3I_3 + 2(I_1 + I_3) = 12 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 3I_1 + 2I_3 = 7 \\ 2I_1 + 5I_3 = 12 \end{cases}$$

$$\rightarrow \begin{cases} -6I_1 - 4I_3 = -14 \\ 6I_1 + 15I_3 = 36 \end{cases}$$

$$\rightarrow 11I_3 = 22 \rightarrow I_3 = 2_A \text{ و } I_2 = 3_A \text{ و } I_1 = 1_A$$

مثال : با توجه به مدار شکل مقابل مطلوب است



الف) شدت جریان در این مدار چقدر است ؟

نکته: قبلا گفته بودیم که خازن پس از پر شدن سبب قطع مدار می شود بنابراین در هر مدار RC قسمت

خازن در نظر گرفته نمی شود

$$V_A - (I \times 1) + 15 - (I \times 5) - (I \times 4) - (I \times 1) + 7 = V_A$$

$$-11I = -22 \rightarrow I = 2_A$$

ب) بار الکتریکی و انرژی ذخیره شده در خازن را حساب کنید؟

دو سر R1 با دو سر خازن موازی است پس در موازی ولت ها برابر است

$$V_y - IR_1 = V_x \rightarrow V_y - V_x = IR_1 = 2 \times 5 = 10_V$$

$$q = cv \rightarrow q = 4 \times 10 = 40$$

$$u = \frac{1}{2} cv^2 = \frac{1}{2} \times 4 \times 10^2 = 200$$

ج) فرض کنید نقطه A را به زمین وصل کنیم (VE=0) در این صورت پتانسیل الکتریکی نقطه

X را حساب کنید

$$\text{روش اول (ساعت گرد): } V_x + IR_1 - 15 + Ir_1 = V_A \rightarrow V_x + 10 - 15 + 2 = 0$$

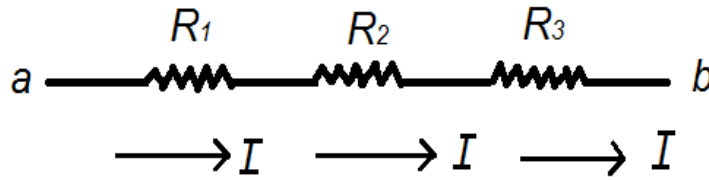
$$V_x = 3_V$$

$$\text{روش دوم (پاد ساعت گرد): } V_x - (2 \times 4) - (2 \times 1) + 7 = V_A \rightarrow V_x - 3 = 0$$

$$V_x = 3_V$$

به هم بستن مقاومت ها :

الف) به هم بستن سری یا متوالی مقاومت ها : چنان چه از قبل نیز می دانیم در مقاومت های سری جریان ها برابراند ولی پتانسیل ها جمع می شوند



سری (متوالی)

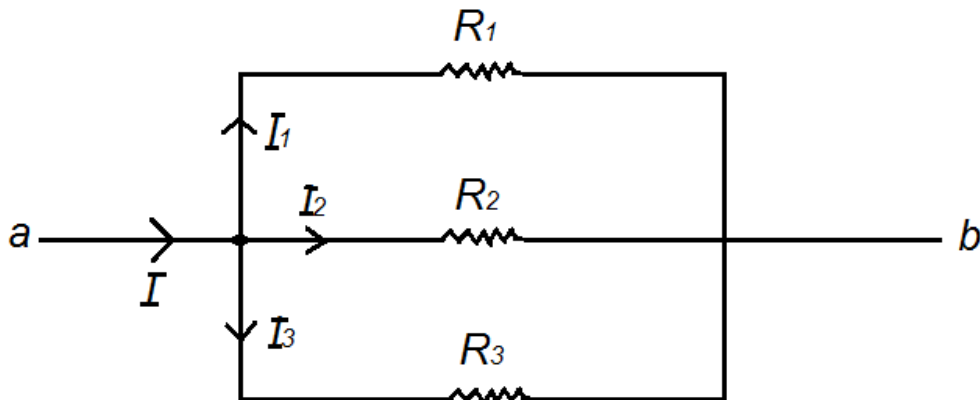
$$I = I_1 = I_2 = I_3 = \dots$$

$$V_{ab} = V_1 + V_2 + V_3 + \dots \quad (V = IR \text{ می دانیم})$$

$$IR_{ab} = I_1R_1 + I_2R_2 + I_3R_3 + \dots$$

$$R_{\text{کل}} = R_1 + R_2 + R_3 + \dots$$

ب) به هم بستن موازی مقاومت ها : در مدار موازی ولت ها برابر است ولی جریان ها جمع می شوند



$$V_{ab} = V_1 = V_2 = V_3 = \dots$$

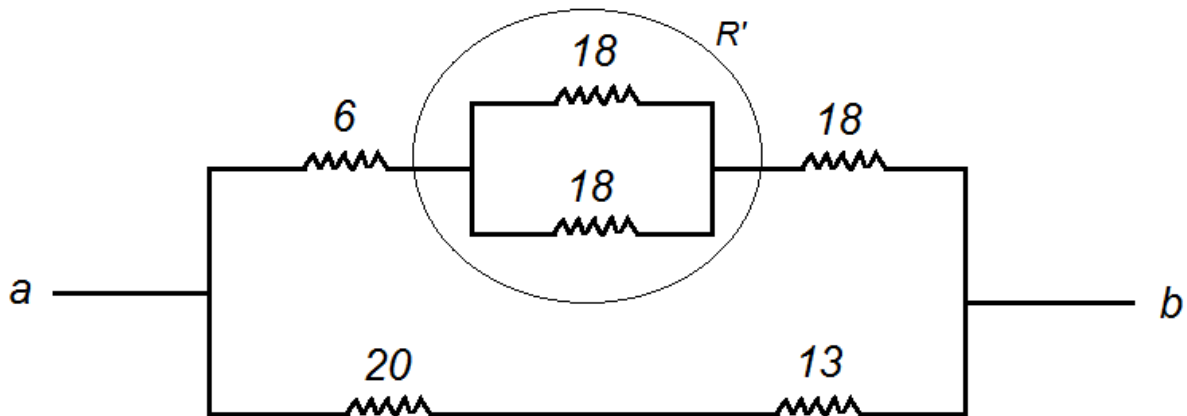
$$\text{کل } I = I_1 + I_2 + I_3 + \dots$$

$$(V = IR \rightarrow I = \frac{V}{R} \text{ می دانیم})$$

$$\text{کل } \frac{V}{R} = \frac{V_1}{R_1} + \frac{V_2}{R_2} + \frac{V_3}{R_3} + \dots$$

$$\text{کل } \frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \dots$$

مثال: در مدار شکل مقابل مقاومت معادل a و b چقدر است



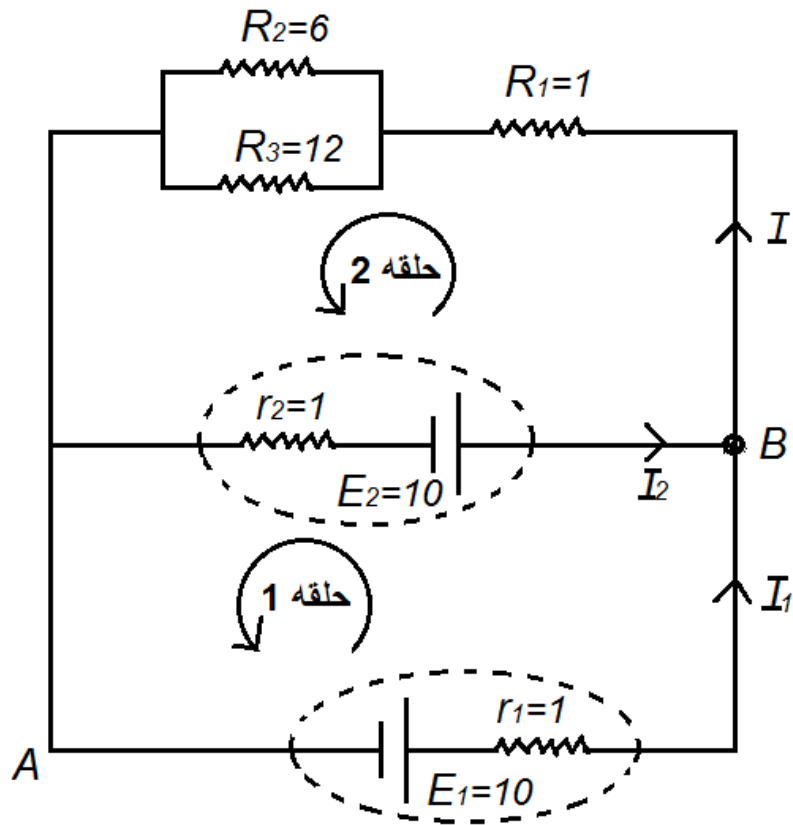
$$R' = \frac{18}{2} = 9$$

$$\text{شاخه بالا } R = 6 + 9 + 18 = 33$$

$$\text{شاخه پایین } R = 20 + 13 = 33$$

$$\rightarrow R_T = \frac{33}{2} = 16.5$$

مثال: با توجه به داده های شکل مقابل شدت جریان در هر شاخه و شدت جریان در هر مقاومت را حساب کنید



$$\frac{1}{R} = \frac{1}{6} + \frac{1}{12} \rightarrow R = 4 \text{ و } R_1 = 1 \rightarrow R_T = 4 + 1 = 5$$

$$1 \text{ حلقه : } V_A - I_1 + 10 - 10 + I_2 = V_A \rightarrow I_1 = I_2$$

$$2 \text{ حلقه : } V_B - 5I - I_2 + 10 = V_B \rightarrow 5I + I_2 = 10$$

از طرفی: $I = I_1 + I_2$

$$\begin{cases} 5I + I_2 = 10 \\ I_1 = I_2 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 5(I_1 + I_2) + I_2 = 10 \\ I_1 = I_2 \end{cases} \rightarrow 5(I_1 + I_1) + I_1 = 10$$

$$\rightarrow 11 I_1 = 10 \rightarrow I_1 = \frac{10}{11} \text{ و } I_2 = \frac{10}{11} \text{ و } I_3 = \frac{20}{11}$$

نکته طلایی : در مقاومت های موازی شدت جریان ها به نسبت عکس مقاومت ها پخش می شوند

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{R_2}{R_1}$$